

10.7. Ejercicio 9

Este ejercicio consta de 10 preguntas tipo test similares a las que actualmente se proponen en el módulo de cálculos de navegación en los exámenes para la obtención del título de Capitán de Yate.

1. Si nuestra latitud estimada es $21^{\circ}36' S$, y la declinación y el horario en el lugar de un astro son $23^{\circ}20,3' N$ y $328^{\circ}52,4'$, respectivamente, ¿cuál es la altura estimada y el azimut del astro?:

- a) $a_e = 35^{\circ}48,0'$; $\hat{Z} = 215,8^{\circ}$.
- b) $a_e = 35^{\circ}48,0'$; $\hat{Z} = 35,8^{\circ}$.
- c) $a_e = 61^{\circ}14,0'$; $\hat{Z} = 215,8^{\circ}$.
- d) $a_e = 61^{\circ}14,0'$; $\hat{Z} = 35,8^{\circ}$.

Se trata simplemente de plantear el correspondiente triángulo de posición y resolverlo utilizando el teorema de los cosenos. Puesto que la latitud estimada es sur, la colatitud es $C_l = 90^{\circ} + 21^{\circ}36' = 111,6^{\circ}$ (no olvide que siempre utilizamos el polo celeste norte como vértice del triángulo de posición). La declinación del Sol es norte así que la codeclinación es $\Delta = 90^{\circ} - 23^{\circ}20,3' = 66,6616^{\circ}$. El horario en el lugar es mayor de 180° . El astro está pues al E del observador de manera que el ángulo en el polo es oriental. Su valor es $\hat{P} = 360^{\circ} - 328^{\circ}52,4' = 31,126^{\circ} E$ (¡haga un esquema para no equivocarse!). Dibujado el correspondiente triángulo de posición (a estas alturas ya no lo haremos aquí pero le recomiendo que lo haga en este momento) no tenemos más que aplicar el teorema de los cosenos:

$$\cos(90^{\circ} - a_e) = \cos 111,6 \cos 66,6616 + \sin 111,6 \sin 66,6616 \cos 31,126 = 0,584956799$$

$$90^{\circ} - a_e = 54,200062^{\circ} \Rightarrow a_e = 35,799938^{\circ} = 35^{\circ}48,0'$$

Una vez calculado el lado $90^{\circ} - a_e$ aplicamos nuevamente el teorema de los cosenos, esta vez comenzado por el lado opuesto al azimut:

$$\cos(66,6616) = \cos 111,6 \cos 54,200062 + \sin 111,6 \sin 54,200062 \cos \hat{Z} \Rightarrow \cos \hat{Z} = 0,81088693$$

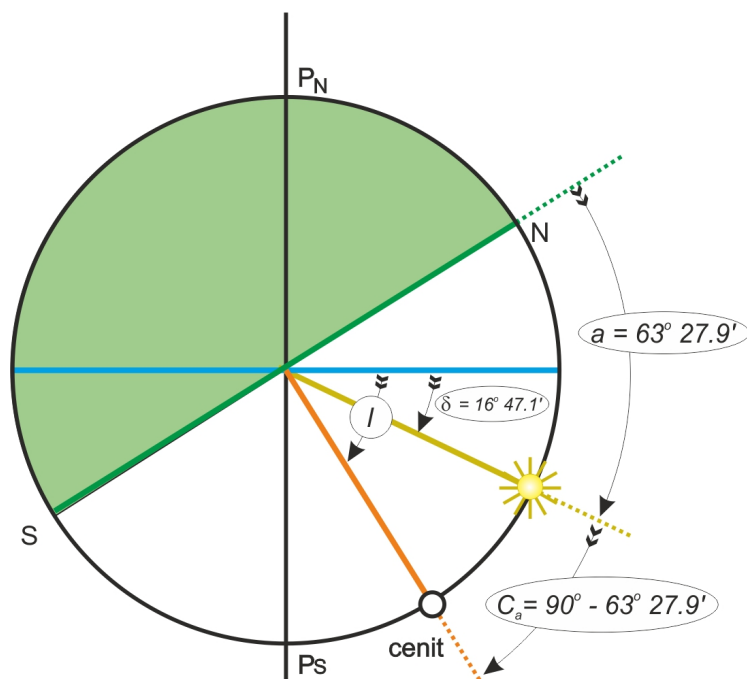
de donde obtenemos que $\hat{Z} = 35,817^{\circ}$. Como siempre, este valor del azimut ha de ser correctamente interpretado teniendo en cuenta el ángulo en el polo. Como $\hat{P}$ es oriental resulta, después de redondear a la décima de grado, que $\hat{Z} = N 35,8^{\circ} E$. Es decir, la respuesta correcta es la b).

2. Siendo nuestra latitud de estima $43^{\circ}17' S$, se mide la altura de un astro a su paso por el meridiano superior que, una vez corregida, da como resultando una altura verdadera igual a $63^{\circ}27,9'$. La declinación del astro en el momento del tránsito es $16^{\circ}47,1' S$. La latitud observada es:

- a) $09^{\circ}45,0' S$.
- b) $43^{\circ}19,2' S$.
- c) $46^{\circ}40,8' S$.
- d) $80^{\circ}15,0' S$.

Puesto que, según nos dice el enunciado, nuestra latitud es próxima a los $43^{\circ}17' S$ y la declinación del astro es también sur pero menor que la latitud, es evidente que

vemos culminar a este astro con azimut cero, es decir, hemos de mirar hacia el N para verlo pasar por nuestro meridiano:



Navegación Astronómica

Teniendo en cuenta el esquema concluimos que en este caso $l = \delta + C_a = 16^{\circ}47,1' + 90^{\circ} - 63^{\circ}27,9' = 43^{\circ}19,2'S$. Es decir, la respuesta correcta es la b).

3. Un buque se encuentra en longitud $L = 028^{\circ}17'40''W$ cuando su hora legal es $H_z = 15 : 23 : 18$ del día 12. En ese mismo instante, otro buque tiene una hora civil del lugar $H_{cl} = 11 : 17 : 02$. ¿En qué longitud se encuentra este segundo buque y cuál es su fecha?

- a) $L = 091^{\circ}28'45''W$, día 13.
- b) $L = 091^{\circ}28'45''W$, día 12.
- c) $L = 070^{\circ}10'15''W$, día 12.
- d) $L = 070^{\circ}10'15''W$, día 13.

Dada la longitud en la que se encuentra, el primer barco está en el huso 2W. Así que la hora UT del instante en cuestión será dos horas más que la hora legal en este buque, es decir $17 : 23 : 18 UT$ (día 12). En este mismo instante, la hora civil del lugar en el segundo buque (cuya longitud desconocemos) es menor que UT. Así que este segundo buque está al W de Greenwich y en una longitud que, expresada en horas, es simplemente la diferencia entre UT y la hora civil del lugar en el buque. Es decir, $L = 17 : 23 : 18 - 11 : 17 : 23 = 06 : 05 : 55 W$ (día 12). Evidentemente, en la posición del segundo buque también es el día 12. No tenemos ahora más que expresar este resultado para la longitud en grados: $L = 91,47916^{\circ}W = 91^{\circ}28'45''W$ (día 12). Así que la respuesta correcta es la b).

4. El 14 de abril de 2020 se observó la altura instrumental del Sol limbo inferior con resultado $37^{\circ}12,0'$. El error de índice del sextante es $+2,5'$ y la elevación del observador sobre el nivel del mar es de 6 metros. ¿Cuál es la altura verdadera del Sol?

- a) $37^{\circ}20,4'$
- b) $37^{\circ}14,5'$
- c) $37^{\circ}22,3'$
- d) $37^{\circ}24,8'$

Este ejercicio no debe requerir a estas alturas explicación alguna. Consultada la página de corrección de alturas del AN vemos que la corrección por depresión del horizonte es $-4,4'$, la corrección por semidiámetro, refracción y paralaje del Sol es $+14,8'$ y la corrección adicional para la fecha en cuestión es $-0,1'$. Sumando todas las correcciones, incluyendo también el error de índice, obtenemos una altura verdadera $a_v = 37^{\circ}24,8'$. La respuesta correcta es, pues, la d).

5. El 4 de enero de 2019 encontrándonos en posición estimada $l = 19^{\circ}04,8'N$, $L = 023^{\circ}24,6'W$ medimos la altura instrumental meridiana del limbo inferior del Sol obteniendo el valor $47^{\circ}57'$. El error de índice del sextante es $+4,5'$ y la elevación del observador es 8 metros. Calcular la latitud observada y la hora legal de la observación.

- a) $l = 19^{\circ}10,0'N$, $H_z = 15 : 48 : 36$.
- b) $l = 19^{\circ}04,2'N$, $H_z = 11 : 38 : 26$.
- c) $l = 19^{\circ}05,6'N$, $H_z = 15 : 48 : 36$.
- d) $l = 19^{\circ}05,4'N$, $H_z = 11 : 38 : 26$.

Este es un *ejercicio académico* no relacionado con la práctica real de la navegación astronómica: la hora de la observación tendremos que obtenerla a partir de la hora de paso del Sol por el meridiano de Greenwich, *PMG*, consignada en el AN para la fecha en cuestión. Ese dato, sin embargo, se incluye en el almanaque para que el navegante pueda *estimar* la hora a la que el Sol pasará por su meridiano y pueda así preparar con el tiempo suficiente la observación de la meridiana, incluyendo como parte de la observación tanto la altura como la hora a la que ocurre el tránsito, siguiendo el método explicado en detalle en la sección 9.8 para minimizar en lo posible los errores en la medida de ambas cosas.

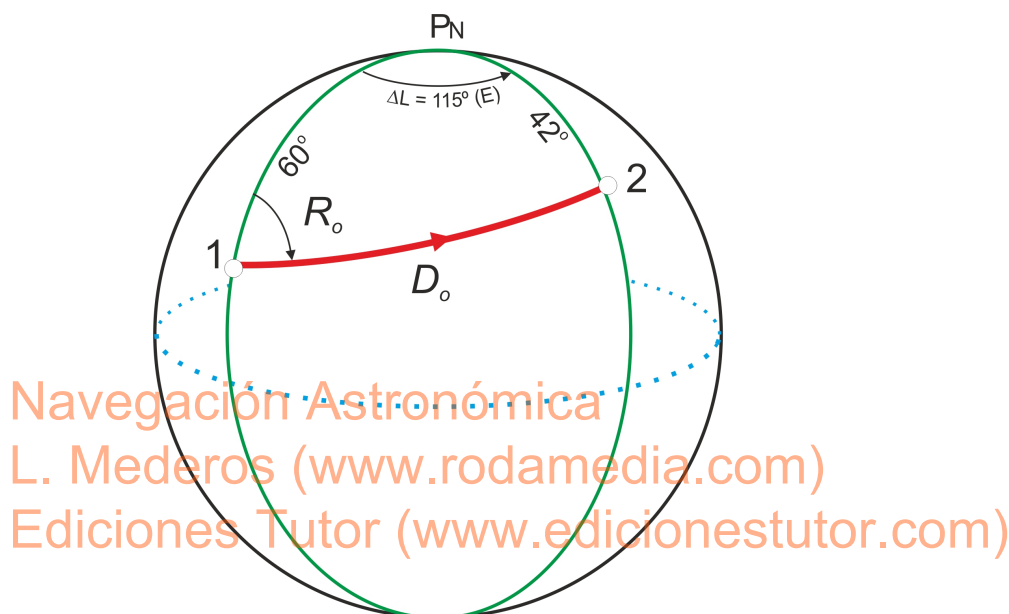
Utilizando la página de correcciones de alturas del AN y teniendo en cuenta que el error de índice es positivo tenemos: $E_i = +4,5$, $D_p = -5,0$, corrección por semidiámetro, refracción y paralaje $= +15,2'$ y corrección adicional para la fecha $= +0,3'$. La altura meridiana verdadera es pues $a_v = 48^{\circ}12,0'$. Obtengamos ahora la hora de la meridiana. El AN indica para esta fecha que $PMG = 12h\ 4,8m$. Así que la hora civil del lugar en el momento del tránsito es $H_{cl} = 12 : 04 : 48$. Dada la longitud de estima, $L = 023^{\circ}24,6'W = 01 : 33 : 38W$, tenemos que el instante *UT* de paso del Sol por el meridiano del barco es $12 : 04 : 48 + 01 : 33 : 38 = 13 : 38 : 26UT$. Y puesto que nuestra longitud de estima corresponde al huso $2W$, la hora legal en el momento de la meridiana es $H_z = 11 : 38 : 26$. Obsérvese que esta hora *no coincidirá exactamente* con la que observaríamos en realidad pues su cálculo está basado en la longitud de estima y no en la longitud (desconocida) que tendrá el barco en el momento de la culminación.

El cálculo de la latitud en el momento de la meridiana es una repetición del realizado en la pregunta 2 de este mismo ejercicio. Consultado el AN para la fecha en cuestión obtenemos que la declinación del Sol a las $13 : 38 : 26UT$ es $\delta = 22^{\circ}42,6'S$. Teniendo en cuenta que nuestra latitud es norte un esquema similar al de la pregunta 2, esquema que, como es ya habitual, le sugiero haga ahora, nos indica directamente que $l = 90^{\circ} - 48^{\circ}12' - 22^{\circ}42,6' = 19^{\circ}05,4'N$. La respuesta correcta es entonces la d).

6. Deseamos navegar desde el punto de coordenadas $l = 30^\circ N$, $L = 015^\circ E$ hasta un destino situado en $l = 48^\circ N$, $L = 130^\circ E$ siguiendo la derrota ortodrómica entre ambos puntos. Calcular el rumbo ortodrómico inicial y la distancia a navegar.

- a) $N 38^\circ E$, $D_o = 4963,4$ millas.
- b) $N 38^\circ W$, $D_o = 4963,4$ millas.
- c) $N 50^\circ E$, $D_o = 5104,8$ millas.
- d) $N 50^\circ W$, $D_o = 5104,8$ millas.

Este es un cálculo elemental que requiere solamente la aplicación del teorema de los cosenos dos veces después de haber dibujado el esquema habitual que nos evite cometer errores:



Aplicando el teorema de los cosenos comenzado por la distancia ortodrómica obtenemos:

$$\cos D_0 = \cos 60 \cos 42 + \sin 60 \sin 42 \cos 115 \Rightarrow \cos D_0 = 0,1266718482 \Rightarrow D_0 = 82,72268^\circ$$

La distancia ortodrómica es pues $D_o = 4963,4$ millas. Aplicando nuevamente el teorema de los cosenos empezando ahora por el lado opuesto a R_o :

$$\cos 42 = \cos 60 \cos 82,72268 + \sin 60 \sin 82,72268 \cos R_0 \Rightarrow \cos R_0 = 0,79135028 \Rightarrow R_0 = 37,7^\circ$$

Este rumbo inicial ha de interpretarse correctamente. Es obvio que $R_0 = N 37,7^\circ E$. La respuesta correcta es entonces la a).

7. El 20 de marzo de 2019, estando en situación estimada $l = 30^\circ 36' N$, $L = 126^\circ 00' E$, en el momento del ocaso verdadero del Sol que tuvo lugar a $H_z = 17 : 46$, medimos el azimut de aguja del Sol obteniendo $\hat{Z}_a = 271^\circ$. ¿Cuál es la corrección total de la aguja?

- a) $-1,2^\circ$.
- b) $1,2^\circ$.
- c) $-1,4^\circ$.
- d) $0,0^\circ$.

Este es otro *ejercicio académico*, no real: el ocaso verdadero del Sol es, por definición, el instante en el que su altura verdadera es cero, es decir el instante en el que el *centro* del Sol se encuentra en el horizonte *astronómico* del observador. Como es evidente, en ese instante el limbo del Sol no se encuentra en el horizonte de la mar, es imposible pues su observación precisa. Sin embargo, como veremos seguidamente, el hecho de que la altura verdadera sea cero simplifica considerablemente los cálculos porque la correspondiente distancia cenital, que es uno de los lados del triángulo de posición, es 90° .

Puesto que nuestra longitud de estima corresponde al huso 8 E, en el instante del ocaso verdadero eran las 09 : 46 : 00 UT del mismo día 20. Consultado el AN vemos que la declinación del Sol en este instante era $\delta = 0^\circ 12,0'S$. El horario en Greenwich del Sol en este momento no es necesario para este cálculo. La codeclinación es pues $\Delta = 90,2^\circ$. La colatitud es $C_l = 59,4^\circ$. El valor del ángulo en el polo lo desconocemos pues no hemos obtenido el horario en Greenwich, pero sabemos que es occidental pues estamos observando el ocaso del Sol. Esto será necesario para interpretar correctamente el azimut que calculemos resolviendo el triángulo de posición. Si aplicamos el teorema de los cosenos empezando por el lado opuesto a $\hat{Z}$ (la codeclinación) obtenemos:

$$\cos 90,2 = \cos 90 \cos 59,4 + \sin 90 \sin 59,4 \cos \hat{Z} \Rightarrow \cos \hat{Z} = -0,00405539 \Rightarrow \hat{Z} = 90,2323^\circ$$

que hemos de interpretar hacia el W pues estamos en el ocaso del Sol: $\hat{Z} = N 90,2323^\circ W = 269,7676^\circ \simeq 269,8^\circ$. Puesto que el azimut de aguja es $\hat{Z}_a = 271^\circ$, la corrección total será $c_t = \hat{Z}_v - \hat{Z}_a = 269,8^\circ - 271^\circ = -1,2^\circ$. La respuesta correcta es la a).

Navegación Astronómica

8. Un buque que se encuentra en longitud $L = 148^\circ 46,5'E$ tiene en un instante dado una hora civil del lugar $H_{cl} = 01 : 54 : 25$ del día 13. En ese mismo instante, otro buque tiene hora civil del lugar $H_{cl} = 21 : 03 : 16$ del día 12. Calcular la longitud en la que se encuentra este segundo buque.

- a) $L = 075^\circ 59,25'W$.
- b) $L = 075^\circ 59,25'E$.
- c) $L = 133^\circ 11,75'W$.
- d) $L = 133^\circ 11,75'E$.

Obtengamos primero la hora UT del instante en cuestión. La longitud del primer buque expresada en tiempo es $L = 09 : 55 : 06$. Puesto que este barco está al este de Greenwich, la hora UT será menor que la hora civil en el lugar. Así que $UT = 01 : 54 : 25 - 09 : 55 : 06 = 15 : 59 : 19$ (día 12). Según el enunciado, en el segundo buque tenemos la misma fecha que en Greenwich y tenemos una hora civil *mayor* que UT. Así que este segundo buque ha de estar en longitud E y de valor igual a la diferencia de horas:

$$L = 21 : 03 : 16 - 15 : 59 : 19 = 05 : 03 : 57 E = 75^\circ 59'15'' E = 075^\circ 59,25' E.$$

La respuesta correcta es la b).

9. El día 27 de abril de 2019 se desea navegar por ortodrómica desde la situación de salida $l = 08^\circ 54'S$, $L = 012^\circ 23'E$ hasta un punto situado en $l' = 08^\circ 54'S$, $L' = 033^\circ 29'W$. ¿Cuál será el rumbo inicial y la distancia navegada?

- a) $183,7^\circ$, $D_o = 2412,30$ millas.
- b) $S 00,3^\circ W$, $D_o = 1949,52$ millas.
- c) $S 86,3^\circ W$, $D_o = 2717,01$ millas.

d) $093,7^\circ$, $D_o = 3015,62$ millas.

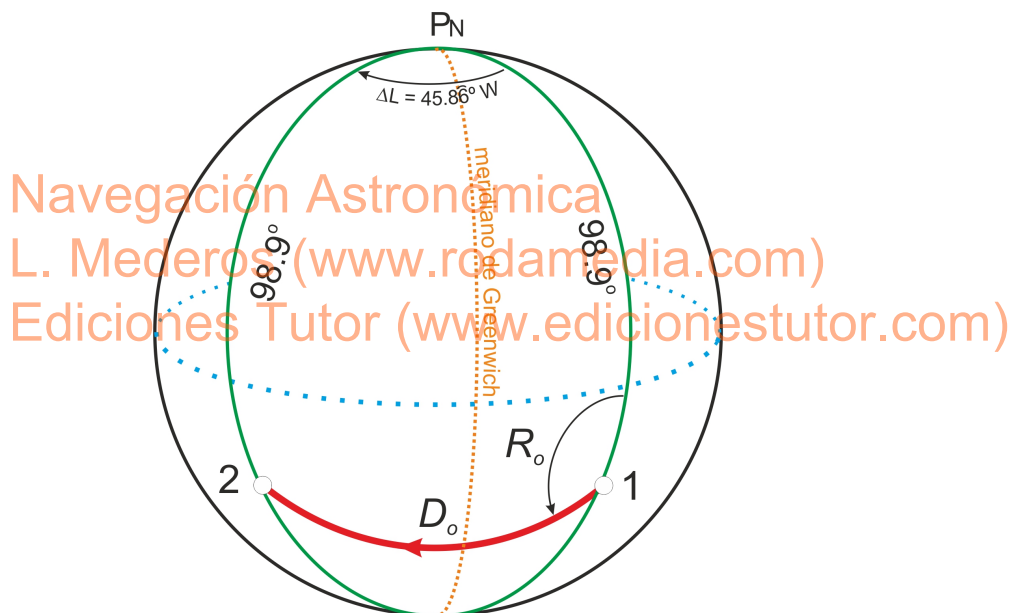
Este es un simple cálculo de una derrota ortodrómica entre dos puntos. Teniendo en cuenta las posiciones de salida y llegada obtenemos el esquema de la figura. Aplicando el teorema de los cosenos empezando por el lado D_o obtenemos:

$$\begin{aligned}\cos D_o &= \cos 98,9 \cos 98,9 + \sin 98,9 \sin 98,9 \cos 45,86^\circ = 0,7035988903 \\ \Rightarrow D_o &= 45,2835^\circ = 2717,01 \text{ millas.}\end{aligned}$$

Usando de nuevo el teorema de los cosenos empezando por el lado opuesto al rumbo inicial R_o tenemos:

$$\cos 98,9 = \cos 45,2835 \cos 98,9 + \sin 45,2835 \sin 98,9 \cos R_o \Rightarrow \cos R_o = -0,06531846 \Rightarrow R_o = 93,7^\circ$$

que de acuerdo con el esquema hemos de interpretar como $R_o = N 93,7^\circ W = S 86,3^\circ W$. La respuesta correcta es entonces la c).

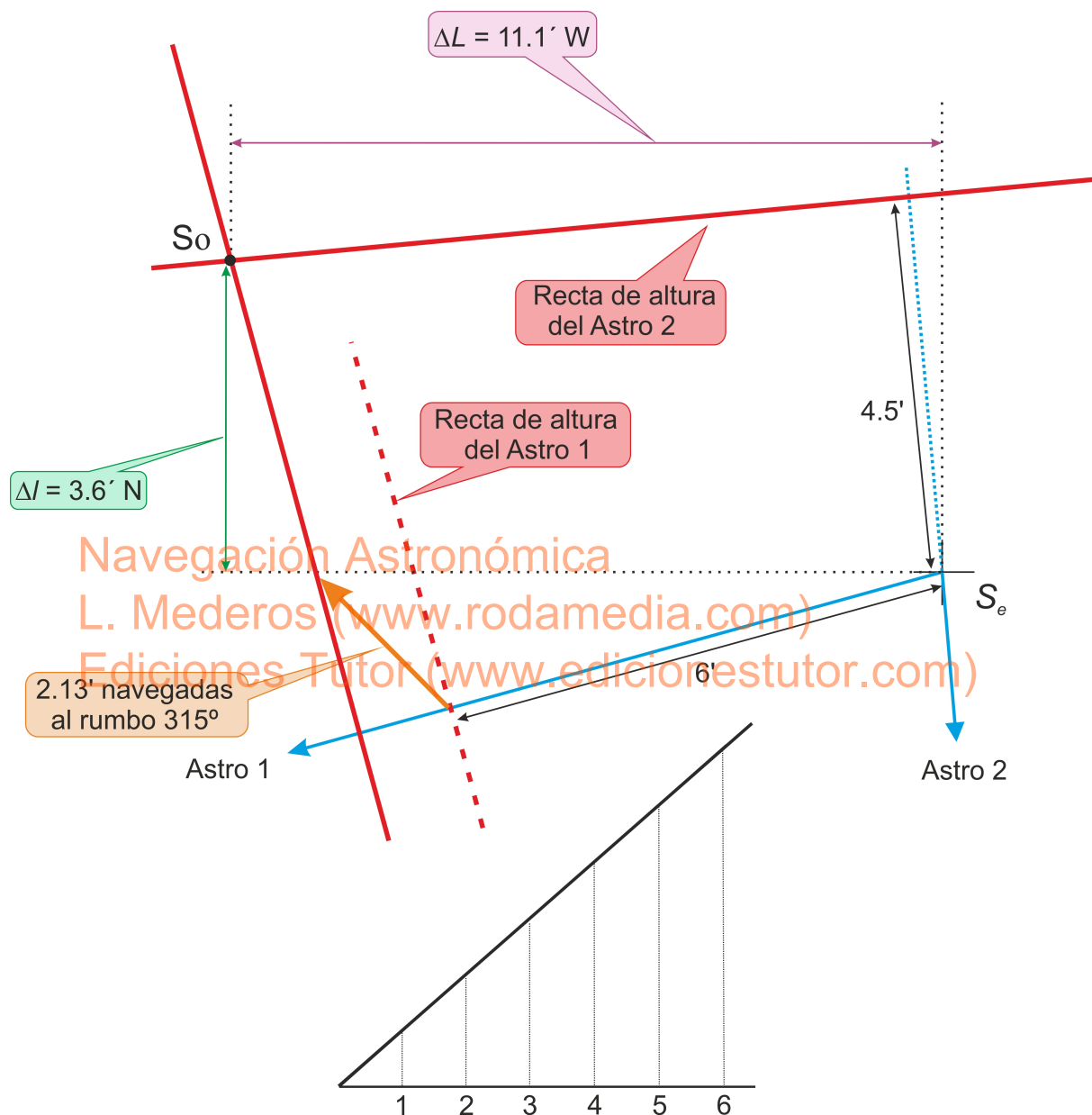


10. El 12 de junio de 2019 navegando al $R_v = 315^\circ$ y con velocidad de 16 nudos, en situación estimada $l = 41^\circ 37,1' N$, $L = 050^\circ 12,6' W$, al ser las 03 : 52 : 00 UT medimos la altura de un primer astro y obtenemos el correspondiente determinante de la recta de altura: $\Delta a = +6'$, $\hat{Z}_v = S 74,5^\circ W$. Al ser 04 : 00 : 00 UT obtenemos el determinante de la recta de altura correspondiente a la observación de un segundo astro: $\Delta a = -4,5'$, $\hat{Z}_v = S 5^\circ E$. Calcular la situación observada a la hora de la segunda observación.

- a) $l_o = 41^\circ 40' N$, $L_o = 050^\circ 23' W$.
- b) $l_o = 41^\circ 40,4' N$, $L_o = 050^\circ 24' W$.
- c) $l_o = 41^\circ 43,4' N$, $L_o = 050^\circ 24,9' W$.
- d) $l_o = 41^\circ 40' N$, $L_o = 050^\circ 27,1' W$.

Se trata de obtener la situación a partir de dos rectas de altura no simultáneas aunque

ambas han sido trabajadas utilizando la misma situación de estima. No tenemos más que dibujar ambas rectas de altura, desplazar la primera de ellas de acuerdo con la navegación efectuada entre ambas observaciones (2,13 millas al rumbo 315°). El punto de corte de la primera recta de altura desplazada con la segunda nos dará la situación observada buscada:



La situación observada S_o es entonces:

$$l_o = 41^{\circ}37,1' + 3,6' = 41^{\circ}40,7'N; L_o = 050^{\circ}12,6' + 11,1' = 050^{\circ}23,7'W$$

De las respuestas posibles la que más se aproxima a nuestra solución es la b). Hay que tener en cuenta las pequeñas faltas de precisión inherentes al método gráfico de resolución. La resolución analítica¹⁴ exacta da como resultado $l_o = 41^{\circ}40,9'N$; $L_o = 050^{\circ}23,8'W$.

¹⁴Dispone de un programa *on-line* en la web <http://www.rodamedia.com> que le permite obtener la solución analítica de este ejercicio

10.8. Ejercicio 10

1. El 4 de marzo de 2018 a las 15 : 43 : 12 UT, estando en la situación de estima $l_e = 38^\circ 56,2'S$ y $L_e = 074^\circ 25,6'W$ y navegando al $R_v = 183^\circ$ y $V_b = 11$ nudos, medimos la altura instrumental del Sol, limbo inferior, con el resultado $51^\circ 51,2'$. El error de índice del sextante es $E_i = +0,9'$ y la elevación del observador 15 metros. Continuamos navegando en las mismas condiciones y al pasar el Sol por el meridiano superior del lugar medimos la altura instrumental del limbo inferior resultando ser de $56^\circ 58,9'$. Calcular la situación observada en el momento de la culminación.

a) $l_o = 39^\circ 07,6'S$, $L_o = 074^\circ 32,9'W$.

b) $l_o = 39^\circ 05,0'S$, $L_o = 074^\circ 31,1'W$.

c) $l_o = 39^\circ 08,9'S$, $L_o = 074^\circ 35,0'W$.

a) $l_o = 39^\circ 05,0'S$, $L_o = 074^\circ 30,5'W$.

Este es un caso estándar de navegación astronómica utilizando el Sol tal y como hemos explicado en detalle en las secciones 9.7 y 9.8: calculamos el determinante de la recta de altura del Sol de la mañana, obtenemos el intervalo de tiempo hasta la meridiana, calculamos la latitud observada a partir de la altura meridiana del Sol y, finalmente, obtenemos la longitud observada en el instante de la meridiana a partir del corte de la recta de altura de la mañana, desplazada de acuerdo con la navegación realizada entre ambos instantes, con la recta de altura de la meridiana (es decir, con el paralelo de latitud correspondiente a la latitud obtenida de la meridiana).

La altura verdadera del Sol correspondiente a la observación de la mañana es, teniendo en cuenta las correcciones obtenidas de la página correspondiente del AN, $a_v = 52^\circ 0,6'$. El horario en Greenwich y la declinación en el instante de la observación son $h_G = 52^\circ 53,0'$, $\delta = 6^\circ 17,4'S$. Dada la longitud de estima $L_e = 074^\circ 25,6'W$ concluimos que el Sol está al este del observador de manera que el ángulo en el polo es $\hat{P} = 074^\circ 25,6' - 52^\circ 53,0' = 21,543^\circ E$. Puesto que tanto la latitud de estima como la declinación del Sol son sur, la colatitud y la codeclinación serán mayores de 90° . Concretamente $C_l = 128,936^\circ$ y $\Delta = 96,29^\circ$. Aplicamos el teorema de los cosenos para obtener la distancia cenital con lo que obtenemos $90^\circ - a_e = 38,00095^\circ$ y, por tanto, $a_e = 52^\circ 0,0'$. La diferencia de alturas es pues $\Delta a = +0,6'$. Aplicando nuevamente el teorema de los cosenos e interpretando el resultado de acuerdo con el ángulo en el polo obtenemos $\hat{Z} = N 36,4^\circ E$.

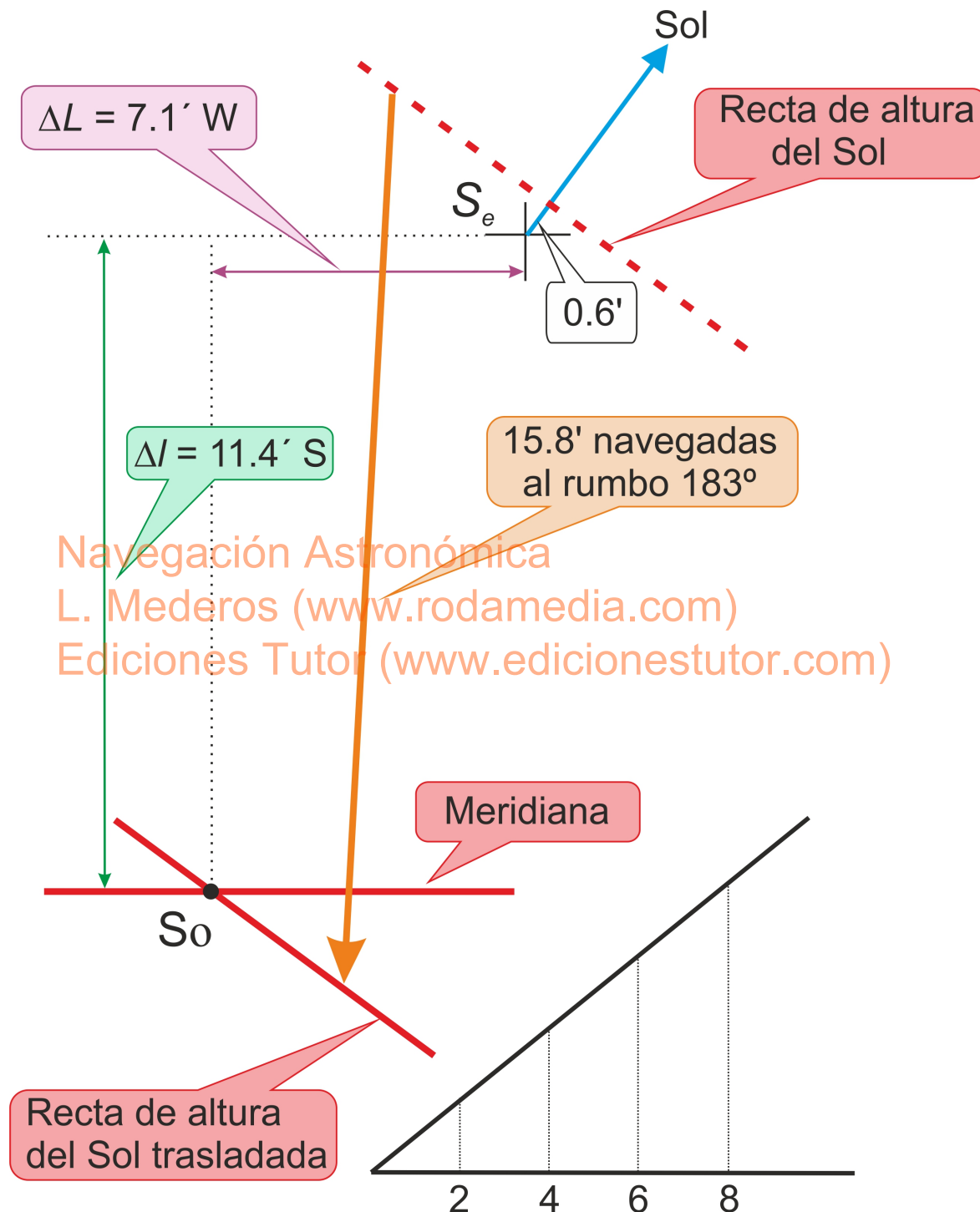
Calculamos ahora el intervalo de tiempo desde el momento de la observación de la mañana, $UT = 15 : 43 : 12$, hasta el paso del Sol por el meridiano del barco en movimiento. Esto podemos hacerlo mediante estimas sucesivas como hemos explicado en la sección 9.8 o podemos utilizar directamente la ecuación 9.1 que es como lo haremos aquí:

$$t = \frac{21,543}{15 + \frac{11 \sin 183}{60 \cos 38,966}} = 01,4374 \text{ horas} = 01 : 26 : 15$$

Por tanto la hora UT de la meridiana será $UT = 15 : 43 : 12 + 01 : 26 : 15 = 17 : 09 : 27$ (día 4). Del AN obtenemos que en este instante la declinación del Sol es $\delta = 6^\circ 16,0'S$. Corregimos la altura instrumental meridiana del Sol para obtener la altura meridiana verdadera $a_{mv} = 57^\circ 08,4'$. Puesto que nuestra latitud es también, como la declinación del Sol, sur (y mayor que la declinación) un simple esquema como el de la pregunta 2 del ejercicio anterior nos indica que veremos culminar al Sol con azimut norte y

$$l_o = \delta + C_a = \delta + 90^\circ - a_{mv} = 6^\circ 16,0' + 90^\circ - 57^\circ 08,4' = 39^\circ 07,6'S$$

En el intervalo de tiempo transcurrido entre las dos observaciones hemos navegado 15,8 millas al rumbo 183° . La latitud observada obtenida de la meridiana se encuentra $11,4'$ al sur de la situación estimada de la mañana. Por tanto:



La longitud observada es entonces $L_o = 074^\circ 25,6' + 7,1' = 074^\circ 32,7' W$. La respuesta correcta es pues la a), la pequeña diferencia que se observa en el resultado para la longitud se debe a la precisión inherente a la resolución gráfica.

2. El 3 de febrero de 2018, encontrándonos en situación estimada $l_e = 37^\circ 58,0' N$ y $L_e = 127^\circ 25,0' E$, se midió, al ser $H_z = 18 : 46 : 08$, la altura instrumental y el azimut de aguja de la estrella Polar con los resultados $39^\circ 00,0'$ y 002° . El error de índice del sextante es $-2,3'$ y la elevación del observador es 14 metros. Calcular la latitud observada y la corrección total de la aguja.

- a) $l_o = 38^\circ 10,6' N$, $c_t = +2,1^\circ$.
- b) $l_o = 39^\circ 20,4' N$, $c_t = -0,1^\circ$.
- c) $l_o = 39^\circ 20,4' N$, $c_t = +0,1^\circ$.
- d) $l_o = 38^\circ 10,6' N$, $c_t = -2,1^\circ$.

Este ejercicio es una aplicación directa de lo explicado en las secciones 9.10 y 9.11. Como estudiamos en esas secciones, necesitamos para resolver este problema la altura verdadera de la Polar y el horario de Aries en el lugar en el instante de la observación.

La corrección por depresión del horizonte es $D_p = -6,7'$ y la corrección por refracción es $R = -1,2'$. Teniendo en cuenta además el error de índice, la altura verdadera es $a_v = 38^\circ 49,8'$. Puesto que nos encontramos en el huso 8W el instante de la observación de la Polar es $02 : 46 : 08 UT$ (día 4). Consultada la página del AN del día 4 encontramos que el horario en Greenwich de Aries en el instante de la observación era $h_{GR} = 175^\circ 44,8'$. Así que teniendo en cuenta nuestra longitud, el horario en el lugar (¡haga un esquema!) es $h_{LR} = 48^\circ 19,8'$. Podemos ya consultar las tablas del AN para obtener el azimut verdadero de la polar y las correcciones a aplicar a su altura verdadera para obtener la latitud observada. Así obtenemos $\hat{Z}_v = -0,1^\circ$, $C_1 = -39,4'$, $C_2 = 0,0'$ y $C_3 = +0,2'$. La corrección total es entonces $c_t = \hat{Z}_v - \hat{Z}_a = -0,1^\circ - 2^\circ = -2,1^\circ$. La latitud observada es $l_o = a_v + C_1 + C_2 + C_3 = 38^\circ 49,8' - 39,4' + 0,0' + 0,2' = 38^\circ 10,6' N$. Es decir, la respuesta correcta es la d).

3. Cuando nuestra hora civil del lugar es $H_{cl} = 03 : 00 : 00$ del 13 de septiembre de 2019 nos encontramos en la situación $l = 40^\circ N$, $L = 179^\circ W$ navegando al rumbo verdadero $R_v = 270^\circ$ y con velocidad $V_b = 16$ nudos. ¿Cuál será nuestra hora civil del lugar cuando hayan transcurrido 8 horas?

- a) $H_{cl} = 11 : 00 : 00$ (día 14)
- b) $H_{cl} = 10 : 46 : 44$ (día 13)
- c) $H_{cl} = 10 : 46 : 44$ (día 14)
- d) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Puesto que nos preguntan por la hora civil del lugar necesitaremos determinar la longitud en la que nos encontraremos una vez transcurridas las 8 horas. En ese tiempo habremos navegado 128 millas. Puesto que navegamos a lo largo de un paralelo, estas 128 millas navegadas corresponden directamente al apartamiento. Así que la diferencia de longitud en esta navegación es $\Delta L = A / \sin l = 128 / \sin 40 = 199,133' W = 3^\circ 19,1' W$. Así que nuestra posición una vez transcurridas las 8 horas es $l = 40^\circ N$, $L = 177^\circ 40,9' E$. Así que hemos atravesado la línea internacional de cambio de fecha y lo hemos hecho navegando hacia el oeste.

Nuestra longitud inicial expresada en tiempo es $L = 11 : 56 : 00 W$. Por tanto, la hora UT en el instante inicial es $03 : 00 : 00 + 11 : 56 : 00 = 14 : 56 : 00$ (día 13). La hora UT tras navegar durante 8 horas será entonces $UT = 22 : 56 : 00$ (día 13). Ya podemos entonces determinar la hora civil del lugar en nuestra posición al final de la navegación sin más que tener en cuenta nuestra longitud final que, expresada en horas, es $L = 11 : 50 : 44 E$.

Y como estamos al este de Greenwich nuestra hora civil del lugar será mayor que UT :

$$H_{cl} = 22 : 56 : 00 (\text{día } 13) + 11 : 50 : 44 = 10 : 46 : 44 (\text{día } 14)$$

así que la respuesta correcta es la c). Obsérvese que, como era previsible, la fecha ha aumentado en 1 día pues hemos atravesado la línea internacional de cambio de fecha navegando hacia el oeste. No debemos, sin embargo, cometer el error de pensar que si en el instante de salida eran las 03 : 00 : 00 del día 13 y han transcurrido 8 horas, entonces la hora final será las 11 : 00 : 00 del día 14. Esto sería así si la hora inicial fuese la hora *legal*, pero no siendo la hora *civil* como es el caso en este ejercicio. Puesto que en el instante inicial nos encontramos en el huso 12 W la hora legal inicial es $H_z = 02 : 56 : 20 (\text{día } 13)$. Así que 8 horas después la hora legal será $H_z = 10 : 56 : 20 (\text{día } 14)$ y, ahora sí, hemos añadido un día a la fecha pues hemos atravesado la línea internacional de cambio de fecha navegando hacia el oeste. Evidentemente, esta hora legal final coincide con la que obtenemos sumando 12 horas (pues al final de la navegación nos encontramos en el huso 12 E) al instante UT final.

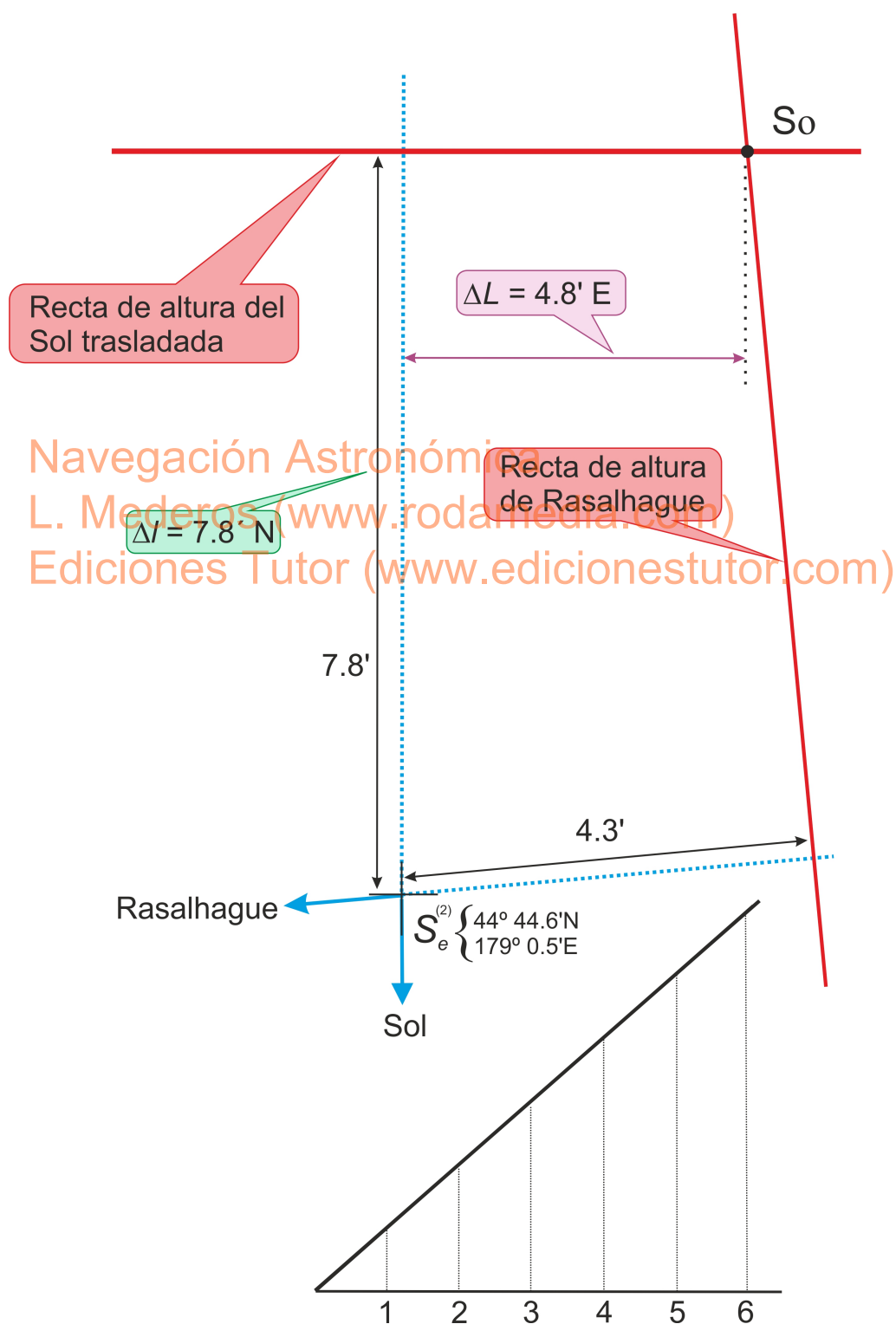
4. El 16 de diciembre de 2018 nos encontramos en la situación de estima $l_e = 45^\circ 00,0' N$, $L_e = 180^\circ 00,0' W$ navegando al rumbo verdadero 250° y a 10 nudos de velocidad. Cuando son las 23 : 55 : 36 (*día* 16) UT medimos la altura instrumental del limbo inferior del Sol con el resultado $21^\circ 27,5'$. Continuamos navegando en las mismas condiciones hasta que al ser las 04 : 25 : 36 UT medimos la altura instrumental de la estrella Rasalhague obteniendo $25^\circ 02,7'$. El error de índice del sextante es $-5'$ y la altura del observador sobre el nivel del mar es de 7 metros. ¿Cuál es la situación observada en el instante de la segunda observación?

- a) $l_o = 44^\circ 52,4' N$, $L_o = 179^\circ 05,4' E$.
- b) $l_o = 44^\circ 52,4' N$, $L_o = 179^\circ 05,4' W$.
- c) $l_o = 44^\circ 48,2' N$, $L_o = 179^\circ 05,4' E$.
- d) $l_o = 44^\circ 48,2' N$, $L_o = 179^\circ 05,4' W$.

Observe que la longitud de estima inicial es $180^\circ W$. Obviamente, la indicación de que esta longitud es oeste es redundante pues una longitud $180^\circ W$ es idéntica a una longitud $180^\circ E$. Desde esta situación de estima navegamos durante 4,5 horas (45 millas pues nuestra velocidad es de 10 nudos) con un rumbo de componente *oeste*. ¿Nuestra longitud estimada tras esta navegación será oeste o será este? La respuesta es que nos encontraremos en longitud este. Si duda fijese en la figura 7.1 y compruebe cómo navegando hacia el oeste desde el meridiano 180° acabamos en el hemisferio oriental. Nuestra situación de estima en el instante de la observación de Rasalhague se obtiene mediante un simple cálculo de estima cuyo resultado es $l_e^{(2)} = 44^\circ 44,6' N$, $L_e^{(2)} = 179^\circ 00,5' E$.

Ahora no tenemos más que calcular los determinantes de ambas rectas de altura, cada uno de ellos utilizando la situación de estima que teníamos en el instante en que observamos el astro. Este es un cálculo completamente estándar cuyo resultado es para el Sol $\Delta a = -7,8'$, $\hat{Z} = 180^\circ$ (es decir, hemos observado el Sol en el momento de su tránsito por nuestro meridiano). Para Rasalhague el resultado es $\Delta a = -4,3'$, $\hat{Z} = 263^\circ$. No tenemos ahora más que dibujar la recta de altura de Rasalhague y la del Sol trasladada 45 millas al rumbo 250° que es la navegación que hemos efectuado entre ambas observaciones. Tal y como explicamos en la sección 9.5 (repase el segundo ejemplo resuelto en esa sección), para dibujar la recta de altura del Sol trasladada al instante de la observación de Rasalhague no tenemos más que utilizar el determinante

del Sol que hemos calculado dibujando la correspondiente recta de altura a partir de la situación estimada $S_e^{(2)}$ que teníamos en el instante de la segunda observación. No es necesario dibujar la recta de altura del Sol en el instante en que fue observado y luego trasladarla. Esto, además, iría en detrimento de la precisión obtenida en la resolución gráfica del ejercicio porque entre ambas observaciones hemos navegado una distancia considerable que nos obligaría a utilizar una escala poco precisa en nuestra carta en blanco:



La situación observada es entonces: $l_o = 44^\circ 44,6' + 7,8' = 44^\circ 52,4' N$, $L_o = 179^\circ 00,5' + 4,8' = 179^\circ 05,3' E$. Así que la respuesta correcta es la a).

5. El 1 de diciembre de 2018 observamos, a las 04 : 22 : 00 *UT*, el paso del Sol por nuestro meridiano superior con altura verdadera $69^\circ 11,3'$ y azimut norte. ¿Cuál era nuestra latitud en ese instante?

- a) $00^\circ 58,2' N$.
- b) $00^\circ 58,2' S$.
- c) $42^\circ 35,6' S$.
- d) $47^\circ 24,4' S$.

Para resolver este ejercicio lo que hemos de hacer es, como siempre, un esquema de la situación (le aconsejo que vaya haciéndolo a medida que estudia el ejercicio). No tenemos una latitud de estima de modo que hemos de comenzar el esquema dibujando el Sol pues conocemos la hora *UT* y, por tanto, calculamos su declinación utilizando el AN: $\delta = 21^\circ 46,9' S$. Sabemos, además, que hemos visto culminar el Sol con azimut norte. Por tanto, nuestro cenit está necesariamente más al sur que el Sol. Así que ya sabemos que nuestra latitud es sur y, además, concluimos que la situación es la misma que la representada en el esquema de la pregunta 2 del ejercicio 9. Así que $l_o = \delta + 90^\circ - a_v = 21^\circ 46,9' + 90^\circ - 69^\circ 11,3' = 42^\circ 35,6' S$. La respuesta correcta es pues la c).

6. A $H_z = 00 : 00 : 00$ del 15 de junio de 2018 nos encontramos en situación estimada $35^\circ N, 035^\circ W$, navegando a 15 nudos al rumbo 215° . Calcular el tiempo que falta hasta el paso de Alpheratz por el meridiano superior del lugar.

- a) 6 horas 55 minutos.
- b) 6 horas 35 minutos.
- c) 7 horas 03 minutos.
- b) 7 horas 55 minutos.

Si conociéramos el horario en el lugar de Alpheratz en el instante inicial podríamos aplicar directamente la ecuación (9.1) para calcular el intervalo de tiempo hasta su paso por nuestro meridiano. Esa ecuación fue deducida en la sección 9.8 para el caso del Sol. En realidad esa deducción es una aproximación que supone que el desplazamiento angular del Sol sobre la esfera celeste en un intervalo t es simplemente $15t$ grados. Es decir, se supone que el Sol está fijo en la esfera celeste durante el intervalo t de manera que rota solidariamente con ella con respecto al observador. Esta aproximación, que supone despreciar el desplazamiento de casi un grado diario (en promedio) del Sol hacia el este a lo largo de la esfera celeste, es suficientemente precisa, pues no olvidemos que en la práctica la hora de paso de un astro por el meridiano se *estima* con el único fin de preparar con tiempo la observación del tránsito¹⁵. Es evidente entonces que la misma ecuación (9.1) puede utilizarse con este fin para cualquier astro.

Utilizamos el AN para obtener el horario en Greenwich de Alpheratz. Puesto que nos encontramos en el huso $2W$, la hora *UT* correspondiente al instante inicial es 02 : 00 : 00 *UT* (día 15). El ángulo sidéreo de Alpheratz en junio de 2018 era $357^\circ 40,0'$. El horario de Aries en Greenwich en el instante en cuestión era $h_{GR} = 293^\circ 18,6'$. Por tanto $h_{G*} = 293^\circ 18,6' + 357^\circ 40,0' = 290^\circ 58,6'$. El horario de Alpheratz en el lugar es pues

¹⁵Por ese motivo el AN proporciona la hora de paso de los astros por el meridiano de Greenwich redondeada al minuto.

$h_{\gamma} = 290^{\circ}58,6' - 35^{\circ} = 255^{\circ}58,6'$. Es decir, la estrella se encuentra $h_e = 360^{\circ} - 255^{\circ}58,6' = 104,023^{\circ}$ al este de nuestro meridiano en el instante inicial. Entonces:

$$t = \frac{104,023}{15 + \frac{15 \cos 215}{60 \cos 35}} = 7,0524 \text{ horas} = 7^h 3^m$$

La respuesta correcta es la c).

Podemos refinar el resultado anterior teniendo en cuenta que una estrella da una vuelta completa con respecto al observador en un día sidéreo y no en un día solar medio. En números redondos, una estrella tarda $23^h 56^m = 23,93$ horas solares medias en dar una vuelta completa. Así que el desplazamiento angular de la estrella en un intervalo de t horas solares medias no es $15t$ grados, como asume la ecuación (9.1), sino $(360/23,93)t = 15,0418$ grados. Así que el intervalo t hasta el tránsito será:

$$t = \frac{104,023}{15,0418 + \frac{15 \cos 215}{60 \cos 35}} = 7,0325 \text{ horas} = 7^h 2^m$$

Como ya habíamos comentado, este cálculo se hace en la práctica con el único fin de preparar con tiempo la observación. Un minuto de diferencia es pues irrelevante.

Navegación Astronómica

L. Mederos (www.rodamedia.com)

Ediciones Tutor (www.edicionestutor.com)